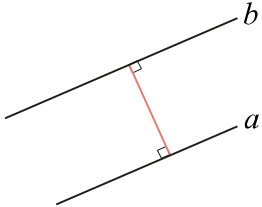
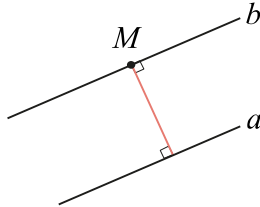


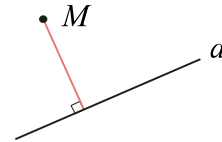
1. Расстояние между параллельными прямыми



Расстояние между двумя параллельными прямыми равно длине отрезка их общего перпендикуляра.

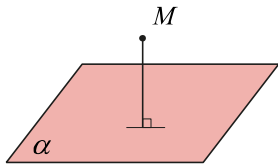


Расстояние между двумя параллельными прямыми равно расстоянию от любой точки одной из этих прямых до другой прямой.

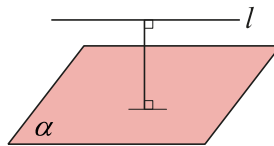


Расстояние от точки до прямой, не содержащей эту точку, есть длина отрезка перпендикуляра, проведенного из этой точки на прямую.

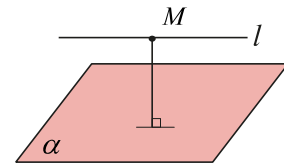
2. Расстояние от точки до плоскости



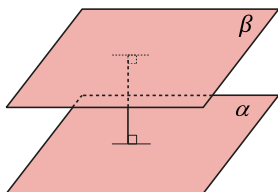
Расстояние от точки до плоскости, не содержащей эту точку, есть длина отрезка перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.



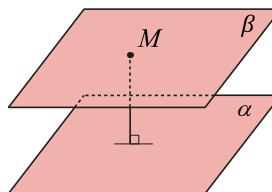
Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью равно длине их общего перпендикуляра.



Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью равно расстоянию от любой точки этой прямой до плоскости.

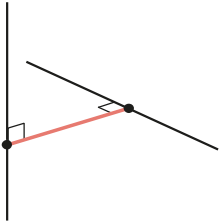


Расстояние между двумя параллельными плоскостями равно длине их общего перпендикуляра.

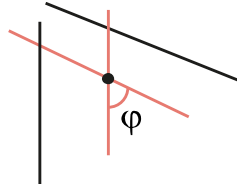


Расстояние между двумя параллельными плоскостями равно расстоянию между точкой одной из этих плоскостей и другой плоскостью.

3. Расстояние и угол между скрещивающимися прямыми

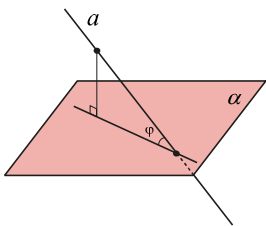


Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно длине отрезка их общего перпендикуляра.

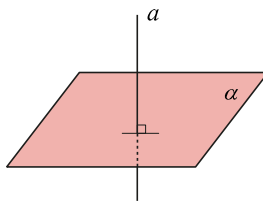


Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным скрещивающимся.

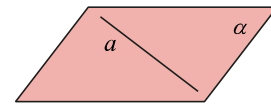
4. Угол между прямой и плоскостью



Углом между плоскостью и не перпендикулярной ей прямой называется угол между этой прямой и ее проекцией на данную плоскость.

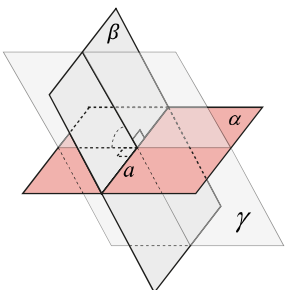


Угол между взаимно перпендикулярными прямой и плоскостью равен 90° .



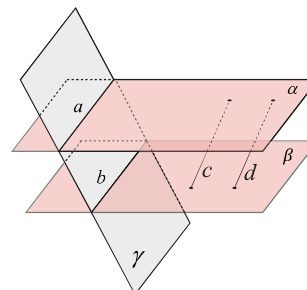
Если прямая параллельна плоскости (или лежит в ней), то угол между ними считается равным 0° .

5. Угол между плоскостями



Двугранный угол, образованный полуплоскостями, измеряется величиной его линейного угла, получаемого при пересечении двугранного угла плоскостью, перпендикулярной его ребру.

Величина угла между пересекающимися плоскостями принадлежит промежутку $(0^\circ, 90^\circ]$.



Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то линии их пересечения параллельны. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.

Угол между двумя параллельными плоскостями считается равным 0° .



6. Координаты и вектора в трёхмерном пространстве

Расстояние между двумя точками

Пусть точки $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$ – концы отрезка AB . Тогда расстояние между точками A и B вычисляется по формуле:

$$\rho(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Внутренняя точка C отрезка AB такая, что $AC : CB = k$, имеет координаты

$$C\left(\frac{x_1 + kx_2}{k+1}; \frac{y_1 + ky_2}{k+1}; \frac{z_1 + kz_2}{k+1}\right).$$

Общее уравнение плоскости

$$ax + by + cz + d = 0.$$

Расстояние от точки до плоскости

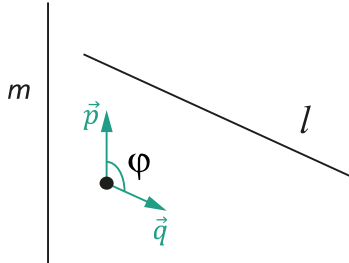
Расстояние от точки $M(x_0; y_0; z_0)$ до плоскости α , заданной уравнением

$$ax + by + cz + d = 0,$$

можно вычислить по формуле

$$\rho(M, \alpha) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

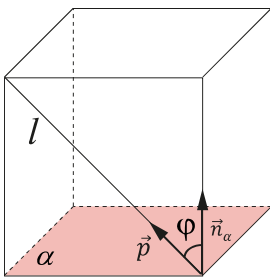
Угол между прямыми



$$\cos \varphi = \frac{|\vec{p} \cdot \vec{q}|}{|\vec{p}| \cdot |\vec{q}|}$$

$$\cos \varphi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

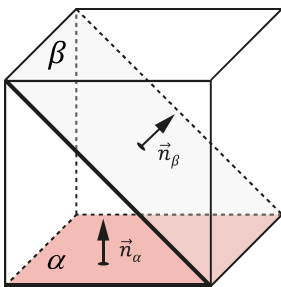
Угол между прямой и плоскостью



$$\sin \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{p}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{p}|}$$

$$\sin \varphi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Угол между плоскостями



$$\cos \angle(\alpha, \beta) = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \frac{|p_1 p_2 + q_1 q_2 + r_1 r_2|}{\sqrt{p_1^2 + q_1^2 + r_1^2} \cdot \sqrt{p_2^2 + q_2^2 + r_2^2}}$$