

1. Степени чисел

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

Для положительного a :

- $(-a)^k = a^k$,
если k – чётное.
- $(-a)^k = -(a)^k$,
если k – нечётное.

2. Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

3. Корни степени $n > 1$

- $\sqrt[n]{a^n} = |a|$,
если n – чётное.

- $\sqrt[n]{a^n} = a$,
если n – нечётное.

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$\sqrt[nk]{a^{nm}} = \sqrt[k]{a^m}$$

4. Логарифмы

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

- $\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$
- $\log_a \left(\frac{b_1}{b_2}\right) = \log_a b_1 - \log_a b_2$
- $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$

Формула перехода к другому основанию:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Её следствия:

- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b \cdot \log_b a = 1$
- $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$
- $\log_a b \cdot \log_c d = \log_a d \cdot \log_c b$

5. Тригонометрия: основные понятия

$\sin x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$ – нечетные функции;

$\cos x$ – четная функция.

Основной период $\sin x$, $\cos x$ – 2π ;

Основной период $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$ – π .

Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Иные связи между $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{ctg} x$:

- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$
- $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

x (градусы)	x (радианы)	$\sin y$	$\cos y$	$\operatorname{tg} y$	$\operatorname{ctg} y$
0	0	0	1	0	не опр.
30	$\pi/6$	1/2	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
45	$\pi/4$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	1	1
60	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$
90	$\pi/2$	1	0	не опр.	0
180	π	0	-1	0	не опр.
270	$3\pi/2$	-1	0	не опр.	0
360	2π	0	1	0	не опр.

6. Тригонометрия: формулы приведения

y	$\sin y$	$\cos y$	$tg y$	$ctg y$
$\pi/2 + x$	$\cos x$	$-\sin x$	$-ctg x$	$-tg x$
$\pi + x$	$-\sin x$	$-\cos x$	$tg x$	$ctg x$
$3\pi/2 + x$	$-\cos x$	$\sin x$	$-ctg x$	$-tg x$
$2\pi + x$	$\sin x$	$\cos x$	$tg x$	$ctg x$
$-x$	$-\sin x$	$\cos x$	$-tg x$	$-ctg x$
$\pi/2 - x$	$\cos x$	$\sin x$	$ctg x$	$tg x$
$\pi - x$	$\sin x$	$-\cos x$	$-tg x$	$-ctg x$
$3\pi/2 - x$	$-\cos x$	$-\sin x$	$ctg x$	$tg x$

7. Тригонометрия: важные формулы

Формулы двойного угла:

- $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$
- $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$
- $tg 2x = \frac{2tg x}{1-tg^2 x}$

Формулы половинного аргумента:

- $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$
- $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$
- $tg^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$
- $tg \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{\sin x}$

Сумма и разность синусов и косинусов:

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

Синус и косинус суммы и разности:

- $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$
- $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$
- $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$
- $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

Тангенс и котангенс суммы и разности:

- $tg(x+y) = \frac{tg x + tg y}{1 - tg x \cdot tg y}$
- $ctg(x+y) = \frac{-1 + ctg x \cdot ctg y}{ctg x + ctg y}$
- $tg(x-y) = \frac{tg x - tg y}{1 + tg x \cdot tg y}$
- $ctg(x-y) = \frac{-1 - ctg x \cdot ctg y}{ctg x - ctg y}$